



Munich Personal RePEc Archive

# **A Small Dynamic Factor Model for the Short-Term Forecasting of Slovak GDP**

Peter Tóth

Research Department, National Bank of Slovakia

2. October 2014

Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/63713/>

MPRA Paper No. 63713, posted 21. April 2015 06:08 UTC

# **A Small Dynamic Factor Model for the Short-Term Forecasting of Slovak GDP**

Peter Tóth (peter [dot] toth [at] nbs [dot] sk)

Research Department, National Bank of Slovakia<sup>1</sup>

## **Abstract**

In this article we estimate a small dynamic factor model (DFM) for the short-term forecasting of Slovak GDP. The model predicts the developments of real activity in the next two quarters on the basis of monthly data, which are published earlier than GDP. The regular release of various monthly indicators allows about a weekly update of the short-term outlook. Our DFM contains six monthly indicators, which are retail sales, sales in industry and construction, employment in selected industries, health care contributions of employers, export and the PMI for the eurozone. These approximate the production, expenditure and income side of GDP. The forecast accuracy of the factor model prevails over simple approaches not relying on monthly data, such as the random walk and the autoregressive models of the GDP series.

**Keywords:** dynamic factor model, GDP, short-term forecasting

**JEL codes:** C52, C53, E23, E27

---

<sup>1</sup> This work was carried out while employed at the Institute for Financial Policy, Slovak Ministry of Finance. The views expressed in this paper do not necessarily reflect those of the National Bank of Slovakia or the Slovak Ministry of Finance. The author is responsible for all errors and omissions in the paper.

# Malý dynamický faktorový model na krátkodobé prognózovanie slovenského HDP

Peter Tóth (peter [dot] toth [at] nbs [dot] sk)

Odbor výskumu, Národná banka Slovenska

## Abstrakt

V tomto článku odhadujeme malý dynamický faktorový model (DFM) slúžiaci na krátkodobú prognózu slovenského HDP. Model predikuje vývoj reálnej aktivity na nasledujúce dva štvrťroky na základe mesačných údajov, ktoré sú publikované skôr ako HDP. Pravidelné zverejňovanie mesačných indikátorov umožňuje zhruba týždennú aktualizáciu krátkodobého výhľadu. Naš DFM obsahuje šesť mesačných indikátorov, ktoré sú tržby v maloobchode, tržby v priemysle a stavebníctve, zamestnanosť vo vybraných odvetviach, zdravotné odvody zamestnávateľov, export a PMI eurozóny. Tieto aproximujú produkčnú, výdavkovú aj dôchodkovú stranu HDP. Presnosť prognóz faktorového modelu prekonáva výsledky jednoduchých prístupov, ktoré nevyužívajú mesačné dáta, ako napr. random walk alebo autoregresný model časového radu HDP.

Kľúčové slová: dynamický faktorový model, HDP, krátkodobá prognóza

Klasifikácia JEL: C52, C53, E23, E27

## 1. Úvod

Krátkodobá predikcia HDP väčšinou využíva skutočnosť, že mesačné indikátory sú publikované skôr ako údaje za hrubý domáci produkt. Údaje národných účtov sú zverejňované s určitým oneskorením, približne 9 týždňov po skončení kvartálu. Niektoré mesačné indikátory sú však dostupné už na konci príslušného mesiaca a väčšina najneskôr do 5-6 týždňov. Zverejnené mesačné údaje nám poskytujú určité informácie o očakávanom vývoji ekonomickej aktivity. Na základe týchto informácií dokážeme pripraviť a priebežne aktualizovať krátkodobú prognózu HDP. Pre potreby prípravy krátkodobej prognózy je podstatný v prvom rade výber modelu a v druhom rade výber indikátorov.

Za prvé, pri výbere modelu pre účely krátkodobej prognózy HDP je dôležité, aby model dokázal efektívne kombinovať štvrťročné dáta HDP s mesačnými indikátormi, pracovať s nerovnomernou dostupnosťou údajov v čase a poskytnúť informácie aj pre prognózu na pár štvrťrokov dopredu. Literatúra poskytuje rôzne prístupy, ktoré sa líšia najmä spôsobom ako naplniť vyššie uvedené ciele. V tomto článku sa využíva malý dynamický faktorový model podľa španielskej štúdie Camacho a Perez Quiros (2009). Tento prístup považujeme za najvhodnejší vzhľadom na malý počet dostupných a vhodných časových radov. Pre porovnanie, nami zvolený model sa bežne používa pri 10 indikátoroch a k odhadu väčšiny ostatných modelov je potreba disponovať aspoň s tridsiatimi časovými radmi na mesačnej frekvencii.

Za druhé, pri výbere mesačných indikátorov sme preskúmali viac ako 20 mesačných časových radov z rôznych oblastí (tržby, trh práce, daňové odvody, zahraničný obchod a predstihové indikátory z prieskumov). Z týchto sme do modelu vybrali šesť: tržby v maloobchode, tržby v priemysle a stavebníctve, zamestnanosť vo vybraných odvetviach, zdravotné odvody zamestnávateľov, export a PMI eurozóny. Tieto indikátory by mali zodpovedať produkčnej, výdavkovej aj dôchodkovej strane HDP. Pri výbere sme okrem spomenutej kategorizácie dát zohľadnili aj parciálne korelácie indikátorov s HDP na základe ekonometrických odhadov.

Článok je štruktúrovaný nasledovne. Prvá časť poskytuje krátky prehľad najznámejších štúdií venujúcich sa problematike krátkodobej predikcii HDP. V ďalších častiach sa venuje Špecifikácii a samotnému odhadu modelu, Výberu dát, Výsledkom odhadu, a Vyhodnoteniu presnosti prognóz. V Závere sa nachádza zhrnutie najdôležitejších zistení.

## 2. Prehľad literatúry

Táto časť poskytuje krátke zhrnutie výsledkov z literatúry týkajúcich sa modelov určených na krátkodobú prognózu HDP. Spomenuté modely sú používané predovšetkým vo vyspelých ekonomikách. Ide o kombináciu prognóz malých modelov a tri druhy faktorových modelov. Okrem nich je táto časť venovaná aj štúdiám krátkodobých predikcií na Slovensku a v Českej republike. Na záver sú načrtnuté zlepšenia empirických postupov a navrhnuté otázky pre ďalší výskum.

Najjednoduchšie prístupy kombinujú prognózu malých kvartálnych modelov. Výsledkom je väčšinou vážený priemer prognóz modelov na báze dvoch premenných (HDP a jeden indikátor). Chýbajúce mesiace sú doplnené mechanickým posúvaním časových radov smerom dopredu, alebo príslušné rady sú prognózované pomocou ARIMA modelov. Predstaviteľmi tohto smeru sú tzv. bridge equations (Baffigi a spol., 2004, Rünstler a spol., 2009) a ich alternatíva s vektorovými autoregresiami (Camba-Mendez a spol., 2001, Rünstler a spol., 2009). Výhodou týchto prístupov je ich relatívne menšia technická náročnosť. Kumulácia chýb odhadov veľkého počtu modelov sa však môže prejaviť v ich nepresnosti. Napriek tomu sa dnes bridge equations často používajú ako porovnanie k iným modelom.

Aktuálne asi najmodernejšími modelmi pre prognózu HDP sú tzv. faktorové modely. Podľa ich predpokladu, dynamiku HDP a iných indikátorov ekonomickej aktivity ovplyvňuje jeden alebo viac spoločných faktorov. Faktory sú nepozorovanými veličinami, ktoré rozdeľujú variáciu zahrnutých časových radov na spoločnú a na vlastnú. Faktory sa najčastejšie odhadujú pomocou metódy hlavných komponentov, Kalmanovho filtra, alebo kombinácie týchto dvoch prístupov.

Hlavnými výhodami metódy hlavných komponentov sú pomerne nízka technická náročnosť odhadu a možnosť použitia veľkého množstva mesačných indikátorov. Spoločná dynamika faktoru a HDP sa však väčšinou modeluje dodatočne. Ďalšou nevýhodou je skutočnosť, že odhad faktoru nezahŕňa časový rad HDP. Tieto dve nevýhody môžu zvýšiť celkovú nepresnosť odhadu a prognóz. Chýbajúce mesačné údaje sa dopĺňajú buď mechanickým posunutím radov, alebo sa odhadujú pomocou faktoru iteratívne (viď napr. Stock a Watson (2002)). Najznámejší príklad využitia metódy hlavných komponentov skúmal prognózu indexu priemyselnej produkcie USA od Stocka a Watsona (2002). Odhad HDP eurozóny prostredníctvom hlavných komponentov bol využitý v štúdiu Giannone a spol. (2008), odhad pre HDP rôznych krajín EÚ bol použitý v Rünstler a spol. (2009).

Kalmanov filter umožňuje odhad spoločného faktoru mesačných dát a HDP, modelovanie dynamiky faktoru a interpoláciu chýbajúcich mesačných dát simultánne, v jednom kroku, v rámci tzv. state-space modelu. Pre technickú náročnosť tohto prístupu však je možné zahrnúť iba obmedzené množstvo indikátorov do systému rovníc (bežný počet mesačných radov je okolo 10). Tieto modely sa z tohto dôvodu nazývajú malé dynamické faktorové modely. Ich najznámejšie využitie je v štúdií Camacho a Perez Quiros (2010) na údajoch eurozóny, a Camacho a Perez Quiros (2009) na španielskych údajoch.

Tretím smerom odhadu faktorových modelov je kombinácia hlavných komponentov s Kalmanovým filtrom, tzv. veľký dynamický faktorový model. Cieľom je spojiť výhody oboch prístupov. V prvom kroku sa odhadujú hlavné komponenty veľkého počtu dát, získané faktory sa použijú v state-space špecifikácii pre odhad dynamického faktorového modelu. Tieto kroky sa iterujú do konvergenzie odhadu faktorov. Využitie tohto prístupu sú napríklad Schumacher a Breitung (2008) na nemeckých dátach a Banbura a Modugno (2013) na dátach eurozóny.

Štúdií venujúcich sa krátkodobej prognóze s použitím českých a slovenských údajov existuje niekoľko. Český kolektív autorov Arnoštová a spol. (2011), podobne ako Rünstler a spol. (2009), porovnával presnosť predikcií viacerých modelov, ako sú kombinácie prognóz malých modelov, hlavné komponenty a veľké dynamické faktorové modely. Štúdia Rusnáka (2013) skúmala veľký dynamický faktorový model a pri vyhodnotení presnosti odhadov brala do úvahy aj historické revízie dát HDP. Na slovenských údajoch bol podľa našich informácií doposiaľ publikovaný len článok Kľúčika a Juriovej (2010). Táto aplikácia vychádza z prístupu kompozitných predstihových indexov.

V snahe o zlepšenie štandardných prístupov z literatúry, otestovali sme optimálny časový posun medzi indikátormi a HDP. Výsledný počet mesiacov oneskorenia HDP za indikátorom sme potom zohľadnili v špecifikácii faktorového modelu. Tento prístup je presnejší, ako štandardne používaná aproximácia Mariana a Murasawu (2003). Táto aproximácia totiž predurčuje parciálnu koreláciu medzi HDP a piatimi oneskoreniami medzimesačného rastu indikátorov. Podľa našich výsledkov sa však ukazuje, že pre zachytenie vzťahu s HDP je lepšie použiť iba jeden správne časovaný medzimesačný rast pre každý indikátor (viď časť 3).

Kvôli rozsahovým obmedzeniam nebolo cieľom tejto analýzy porovnať presnosti predikcií viacerých modelov. Preto sme vybrali iba jeden prístup, malý dynamický faktorový model, ktorý považujeme za najvhodnejší vzhľadom na údajové obmedzenia. Vzhľadom na

dostupnosť relevantných mesačných indikátorov (okolo 20 relevantných časových radov), prístupy založené na predpoklade veľkého počtu indikátorov sme automaticky vylúčili (metóda hlavných komponentov a veľké dynamické faktorové modely). Napriek tomu sa však môže ukázať, že nami zvolený model nebude najpresnejší v prognózach mimo vzorky. Túto otázku nechávame otvorenú pre ďalší výskum.

### 3. Špecifikácia a odhad modelu

Faktorový model IFP predpokladá mesačnú frekvenciu dát. Spája medzištvrtročný rast HDP ( $y_t$ ) a medzimesačné rasty indikátorov  $i$ ,  $x_{it}$ , kde  $y_t$  pozorujeme iba v tretom mesiaci každého štvrtroku. Všetky časové rady sú sezónne očistené, stacionárne a pre jednoduchšiu špecifikáciu modelu a praktické účely aj normalizované na nulovú strednú hodnotu a jednotkový rozptyl. Predpokladajme, že vývoj týchto dvoch premenných určuje spoločný mesačný faktor  $f_t$ , ktorý je nepozorovaným stavom. Tento faktorový model sme zapísali v tzv. state-space tvare nasledovne:

$$x_{it} = \alpha_i f_{t+K_i} + \varepsilon_{it} \quad (1)$$

$$y_t = \beta f_t + \omega_t \quad (2)$$

$$f_t = \phi f_{t-1} + u_t \quad (3)$$

, kde (1) a (2) sú signálne rovnice pozorovaných veličín. Časový index  $K_i$  v rovnici (1) predstavuje oneskorenie HDP za indikátorom  $x_i$  vyjadrené v mesiacoch. Vzťah (3) je stavová rovnica vyjadrujúca pohyb nepozorovaného stavu  $f_t$ . Normálne rozdelené chybové zložky  $\varepsilon_{it}$ ,  $\omega_t$  a  $u_t$  majú nulovú strednú hodnotu a rozptyly  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ ,  $\sigma_{\omega}^2$  a  $\sigma_u^2$ . Chybové zložky sú nekorelované s faktorom  $f_t$  aj medzi sebou navzájom. Takto zapísaný faktorový model sa dá chápať ako rozloženie variácie v premenných  $y_t$  a  $x_{it}$  na spoločnú a individuálnu. Model sa dá rozšíriť na  $N$  mesačných indikátorov, keď index  $i$  pochádza z intervalu  $1, \dots, N$ .

Štandardná špecifikácia dynamického faktorového modelu v literatúre sa líši najmä v rovniciach (1) a (2), kde sa používa aproximácia Mariana a Murasawu (2003). Spomenutí autori by tieto rovnice špecifikovali takto:

$$x_{it} = \alpha_i f_t + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

$$y_t = \beta(f_t + 2f_{t-1} + 3f_{t-2} + 2f_{t-3} + f_{t-4}) + \omega_t \quad (5)$$

, čo predurčuje parciálnu koreláciu  $y_t$  so všetkými  $x_{it-L}$  ( $i=1,...,N$  a  $L=0,...,4$ ) súčasne. Podľa našich testov však bola parciálna korelácia štatisticky významná iba pre jedno či dve oneskorenia. Pre jednoduchosť sme ďalej predpokladali iba jedno oneskorenie. V tomto prípade stačí vhodne nastaviť časový index  $K_i$  v rovnici (1) a vynechať oneskorené hodnoty faktoru  $f_t$  v rovnici pre  $y_t$  (5).

Modely state-space, ako aj (1)-(3), sa bežne odhadujú pomocou optimalizácie funkcie maximálnej vierohodnosti. Nepozorovaný stav  $f_t$  sa filtruje z dát rekurzívne, Bayesovskou technikou Kalmanovho filtra. Pri tomto prístupe je treba identifikovať počiatočný stav  $f_t$  v perióde  $t=0$ , štartovacie hodnoty pre odhad parametrov  $\alpha_i$ ,  $\beta$  a  $\phi$ , a štartovacie hodnoty pre odhad rozptylov  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ ,  $\sigma_{\omega}^2$  a  $\sigma_u^2$ . Tieto ex ante predpoklady, či tzv. priory sú potrebné najmä vtedy, keď sa pracuje s komplikovanejšou štruktúrou modelu a v prípade nižšieho počtu stupňov voľnosti.

**Tabuľka 1 – Nastavenia**

Rovnica		Kalibr. hodnota		Podľa HP gapu	Lag $K'_i$ (korel.)	Lag $K_i$ (nastav.)
Tržby v maloobch.	$x_1$	$\sigma_{\varepsilon 1}^2$	0.6	0.6	2	0
Tržby v priem. a st.	$x_2$	$\sigma_{\varepsilon 2}^2$	0.4	0.4	4	2
Zamestnanosť	$x_3$	$\sigma_{\varepsilon 3}^2$	0.3	0.3	0	0
Export	$x_4$	$\sigma_{\varepsilon 4}^2$	0.6	0.6	4	2
Zdrav. odvody	$x_5$	$\sigma_{\varepsilon 5}^2$	0.7	0.7	2	0
PMI eurozóna	$x_6$	$\sigma_{\varepsilon 6}^2$	1.5	0.3	4	3
HDP	$y_t$	$\sigma_{\omega}^2$	0.2	0.1	-	-
Faktor	$f_t$	$\sigma_u^2$	0.6	-	-	-

Ohľadom počiatočného stavu  $f_t=0$  sme predpokladali tzv. difúzny prior  $\omega_t=0 = 0$ . Ako štartovacie hodnoty pre  $\alpha_i$ ,  $\beta$  a  $\phi$  sme zvolili 0,5, keďže z teoretického hľadiska, pri normalizovaných veličinách  $x_{it}$  a  $y_t$ , sme očakávali výsledný odhad v intervale 0 až 1. Hodnoty pre  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ ,  $\sigma_{\omega}^2$  a  $\sigma_u^2$  sme boli nútení kalibrovať, keďže voľný odhad nebol úspešný ani so štartovacími hodnotami. Pri kalibrácii sme zohľadnili aj informáciu z Hodrick-Prescott filtra. Vyrátali sme rozptyl gapu  $y_t$  a indikátorov  $x_{it}$ , kde gap vychádza z filtra s parametrom  $\lambda=1$ . Vo väčšine prípadov sme použili tieto hodnoty (viď Tabuľka 1). Výnimku tvorí rozptyl chyby soft indikátora PMI eurozóny, ktorý sme oproti výpočtu z HP filtra významne zvýšili. K tejto výnimke sme pristúpili z dôvodu väčšej volatility tohto časového radu, ktorý,



zohľadňujúc krátkodobé sentimenty, dáva často falošné signály o skutočnej ekonomickej aktivite. Ďalej, rozptyl chyby v rovnici HDP,  $\sigma^2_{\omega}$ , sme mierne zvýšili, aby koeficient faktoru v rovnici HDP,  $\beta$ , bol menší ako 1.

#### **4. Výber mesačných údajov**

Hlavnou časťou vývoja krátkodobého modelu bol výber vysvetľujúcich premenných. V prípade HDP sme použili normalizovaný medzištvrtročný rast sezónne očisteného časového radu v stálych cenách, podľa zverejnenia ŠÚ SR v septembri 2013. Časový rad je stacionárny.

Mesačné indikátory sme stiahli 6. novembra 2013 po zverejnení tržieb v maloobchode. Zohľadnili sme celkovo 21 sezónne očistených časových radov v normalizovanom medzimesačnom raste, ktoré boli tiež stacionárne. Za prvé, išlo o dáta z oblasti reálnej ekonomickej aktivity, ako indexy produkcie (priemysel, spracovateľský priemysel, stavebníctvo), tržby (maloobchod, autá, priemysel, spracovateľský priemysel, priemysel a stavebníctvo). Za druhé, vyberali sme z ukazovateľov trhu práce, ako zamestnanosť vo vybraných odvetviach, odtok do zamestnania a voľné pracovné miesta. V tretej skupine dát sa nachádzali fiškálne indikátory z oblasti zdravotných odvodov. Piata skupina indikátorov sa vzťahovala k medzinárodnému obchodu s ukazovateľmi exportu, importu a PPI v exportných odvetviach. Nakoniec sme vyberali z okruhu tzv. mäkkých indikátorov, ako je index ekonomického sentimentu Slovenska, a ďalšie zahraničné ukazovatele pochádzajúce z prieskumov (ESI eurozóny a Nemecka, IFO Nemecko, PMI eurozóna a ZEW Nemecko).

V rámci uvedených kategórií indikátorov bola väčšia pozornosť venovaná agregátnym veličinám. Pri výbere sme vynechali odvetvia v podrobnejšom členení, aby sme zbytočne nezvyšovali podiel špecifického šumu. Indexy produkcie sme nepoužili vzhľadom na relatívne krátke časové rady. Aktuálne bázičné indexy sú dostupné až od roku 2008. Premostenie aktuálnej verzie radov so staršími by bolo možné za predpokladu stálych váh jednotlivých subsektorov. Dôvodom krátkeho časového radu so začiatkom od roku 2008 je však práve zmena váh odvetví v čase.

V prípade trhu práce sme uvažovali iba o indikátoroch zamestnanosti. Miera nezamestnanosti bola vynechaná z dôvodu, aby sme do odhadu modelu nevnašali šum z krátkodobého vývoja pracovnej sily. Zdravotné odvody sme zahrnuli do výberu, vzhľadom na skorú dostupnosť tohto ukazovateľa v porovnaní s inými indikátormi objemu príjmov domácností. Cenové

indexy sme nezahrnuli do výberu (okrem PPI exportu), keďže náš jednoduchý model by nevedel rozlíšiť ponukové a dopytové šoky, ktoré majú opačné efekty na HDP.

Výhoda mäkkých indikátorov je v ich skorej dostupnosti (väčšinou na konci mesiaca vykonania prieskumu). Ich nevýhoda však spočíva vo volatilitate a v množstve falošných signálov, ktoré reflektujú aktuálny sentiment, ale v ekonomickej aktivite sa nakoniec neprejavia. V Tabuľke 2 nižšie sme zhrnuli intervaly dostupnosti jednotlivých časových radov.

**Tabuľka 2 – Skúmané mesačné indikátory**

mesačný indikátor	kategória	zverejnenie pribl.	dostupnosť od
1 IP v priemysle	produkcia	10. za m-2	2008 m01
2 IP v spracovateľskom priemysle	produkcia	10. za m-2	2008 m01
3 IP v stavebníctve	produkcia	10. za m-2	1998 m01
4 Tržby v maloobchode	tržby	4. za m-2	2000 m01
5 Tržby áut	tržby	4. za m-2	2000 m01
6 Tržby v priemysle a stavebníctve	tržby	11. za m-2	2000 m01
7 Tržby v priemysle	tržby	11. za m-2	2000 m01
8 Tržby v spracovateľskom priemysle	tržby	11. za m-2	2000 m01
9 Zamestnanosť vo vybr. odvetviach	trh práce	11. za m-2	2002 m01
10 Odtoky do zamestnania	trh práce	20. za m-1	2004 m01
11 Voľné pracovné miesta	trh práce	20. za m-1	2002 m01
12 Export	zahr. obchod	9. za m-2	1998 m01
13 Import	zahr. obchod	9. za m-2	1998 m01
14 PPI v exportných odvetviach	zahr. obchod	28. za m-1	2003 m01
15 Zdravotné odvody zamestnávateľov	fiskál	30. za m-1	2000 m01
16 IES Slovensko	prieskum	28. za m	1998 m01
17 ESI eurozóna	prieskum	30. za m	1998 m01
18 ESI Nemecko	prieskum	30. za m	1998 m01
19 IFO Nemecko	prieskum	25. za m	1998 m01
20 PMI eurozóna	prieskum	23. za m	1998 m07
21 ZEW Nemecko	prieskum	17. za m	1998 m01

Odhad faktorového modelu si vyžadoval zníženie počtu indikátorov vstupujúcich do modelu aspoň na polovicu. Cieľom redukcie je jednak zníženie počtu odhadovaných parametrov  $\alpha_i$ . Zároveň sme chceli minimalizovať podiel špecifického šumu pri zahrnutí viacerých indikátorov rovnakého druhu, čo by spôsobilo aj vyššiu prierezovú koreláciu medzi chybami  $\varepsilon_{it}$ .

Ďalším kritériom výberu premenných do modelu bola snaha pokryť čo najviac zdrojov či kategórií dát v Tabuľke 2. Podobným prístupom sa konštruujú aj dáta národných účtov, keď sa HDP overuje z produkčnej, výdavkovej, aj dôchodkovej strany. Indikátory v Tabuľke 2 môžeme priradiť k jednotlivým stranám HDP nasledovne. Tržby okrem maloobchodu k produkčnej strane; tržby v maloobchode, zahraničný obchod a indikátory z prieskumov k výdavkovej strane; a premenné z trhu práce spolu s odvodmi k dôchodkovej strane HDP. Tento spôsob výberu mesačných dát bol inšpirovaný štúdiou španielskych autorov Camacho a Perez Quiros (2009).

Do konečného výberu pre faktorový model bolo zahrnuto šesť premenných. Indexy produkcie sme vylúčili, z tržieb sme zahrnuli (1.) maloobchod pre aproximáciu výdavkovej strany HDP a (2.) priemysel so stavebníctvom pre aproximáciu produkčnej strany HDP. Aj keď spracovateľský priemysel mal vyššiu parciálnu koreláciu s HDP, rozhodli sme sa pre agregovanejšiu kategóriu priemyslu so stavebníctvom. Z indikátorov trhu práce sme dali prednosť (3.) zamestnanosti vo vybraných odvetviach, keďže je najviac korelovaná s vývojom HDP. Z podobného dôvodu sme uprednostnili (4.) export pred importom a PPI v exportných odvetviach. (5.) Zdravotné odvody potvrdili pomerne vysokú koreláciu s HDP, takže sa táto premenná tiež dostala do konečného výberu.

Voľba medzi mäkkými indikátormi bola o niečo ťažšia, keďže vzájomná korelácia medzi nimi aj s HDP bola väčšinou vysoká. Navyše, mnoho z nich mal vysokú koreláciu s HDP vo viacerých mesiacoch oneskorenia súčasne. Určité výnimky predstavovali PMI eurozóny a ZEW Nemecka, ktorých korelácia vyskočila najmä v jednom mesiaci lagu. Keďže korelačný profil ostatných, tzv. tvrdých premenných, ako aj špecifikácia nášho modelu sú viac konzistentné s profilmi PMI a ZEW, ďalej sme vyberali už len z týchto dvoch. Nakoniec sme sa rozhodli v prospech (6.) PMI eurozóny kvôli vyššej korelácii s HDP a širšiemu pokrytiu krajín zahraničných obchodných partnerov.

## 5. Výsledky

V tejto časti zhrnieme výsledky odhadu state-space modelu (1)-(3). V Tabuľke 3 sú uvedené odhady parametrov. Všetky sú štatisticky významné na úrovni 5% a spadajú do teoreticky akceptovateľného intervalu 0 až 1. Najvyššiu koreláciu s faktorom mal HDP; z mesačných indikátorov potom zamestnanosť, tržby v maloobchode, tržby v priemysle a stavebníctve a

export. Oproti tomu PMI eurozóny a zdravotné odvody sledovali priebeh faktoru len v menšej miere. Model bol odhadnutý na intervale od začiatku roka 2002 do septembra 2013. Dáta boli stiahnuté 6. novembra, čo vďaka rôznym oneskoreniam v modeli a v publikácií dát znamenalo kompletne pozorovania za september okrem zamestnanosti. Tie boli dostupné, z hľadiska modelu, iba za august. Tržby v priemysle a stavebníctve pozoroval model do októbra a PMI v eurozóne až do januára 2014.

**Tabuľka 3 – Výsledky odhadu**

Rovnica		Koeficient $f_t$	Štand. chyba
Tržby v maloobch.	$x_1$	$\alpha_1$	0.53 (0.04)***
Tržby v priem. a st.	$x_2$	$\alpha_2$	0.36 (0.04)***
Zamestnanosť	$x_3$	$\alpha_3$	0.81 (0.04)***
Export	$x_4$	$\alpha_4$	0.32 (0.05)***
Zdrav. odvody	$x_5$	$\alpha_5$	0.12 (0.04)***
PMI eurozóna	$x_6$	$\alpha_6$	0.18 (0.07)**
HDP	$y_t$	$\beta$	0.99 (0.05)***
Faktor	$f_t$	$\varphi$	0.63 (0.06)***

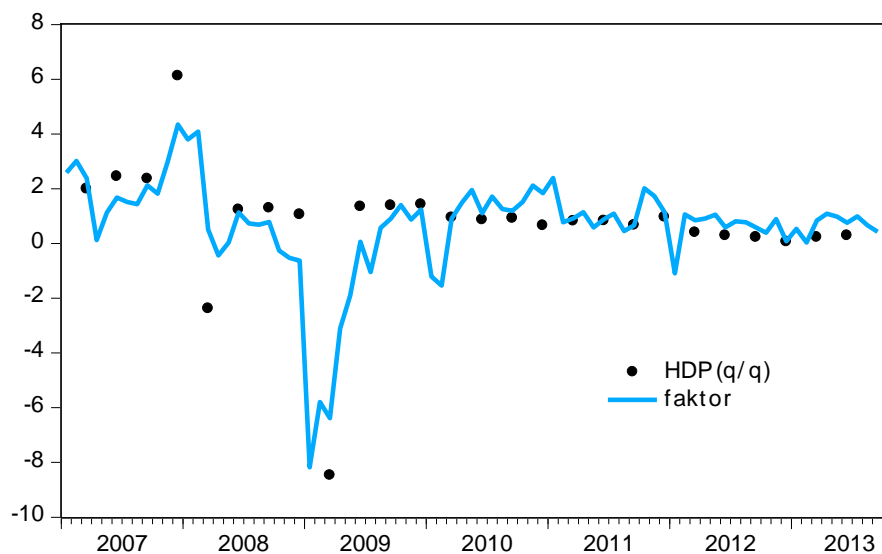
Počet pozorovaní: 141

Interval odhadu: 2002m01 : 2013m09

Pozn.: Hviezdy \*, \*\*, \*\*\* označujú štatistickú významnosť na úrovni 10%, 5% a 1%.

V nasledujúcich grafoch ukážeme odhadnutý faktor spolu s HDP a mesačnými dátami. V Grafe 1 je vidno medzikvartálny rast HDP pozorovaný iba v treťom mesiaci každého kvartálu a jeho mesačný komponent vysvetlený faktorom ( $\beta f_t$ ). V Grafe 2 ukazujeme podobný rozklad pre mesačné indikátory  $i$  zahrnuté do modelu, kde modrá čiara s popiskom „faktor“ označuje faktorom vyhladené indikátory  $\alpha_i f_{t+K_i}$ . Tento graf znázorňuje, že dôležité štrukturálne zlomy, ako kríza v rokoch 2008-2009, sú zachytené vo všetkých mesačných indikátoroch ako aj v spoločnom faktore. Nadmerná volatilita niektorých mesačných radov, ktorými sú najmä odvody a PMI, naopak nevstupuje do ich faktorom vysvetlených zložiek.

**Graf 1: HDP a mesačný faktor (% rasty q/q)**



**Graf 2 – Mesačné indikátory a faktor (% rasty m/m)**



## 6. Vyhodnotenie presnosti prognóz

Pre vyhodnotenie presnosti prognóz faktorového modelu sme spravili tzv. simulácie v pseudo-reálnom čase. Na začiatku cvičenia sme interval odhadu skrátili až na predkrízové obdobie do konca roku 2007 a potom sme postupne pridávali pozorovania mesačných dát a HDP. Model sme pri každom kroku znovu odhadli a zaznamenali jeho prognózu HDP na tri kvartály dopredu. Pre každých 22 kvartálov od roku 2008 až do 2.Q 2013 sme urobili 12 simulácií či prognóz (tj. celkovo 264 prognóz). To znamená 4 odhady pre každý mesiac, zhruba po týždňoch, podľa kalendára zverejnenia nových dát. V tomto cvičení sme použili historické verzie sezónne očisteného časového radu HDP, ktoré publikoval štatistický úrad pri prvom zverejnení nových údajov. Aj chyba prognózy HDP bola zrátaná voči prvému zverejneniu údajov za príslušný kvartál. Mesačné dáta vstupujúce do modelu, ktoré väčšinou nepodliehajú revíziám, sme použili v ich poslednej dostupnej verzii.

Presnosť prognózy faktorového modelu na horizontoch 1 až 3 štvrťroky dopredu sme porovnali s jednoduchými, tzv. naivnými modelmi, ako autoregresný model AR(1) a náhodná prechádzka (RW) časového radu HDP. Tieto prístupy nezohľadňujú informácie z mesačných dát. Výsledky sme porovnali vo dvoch variantoch. V základnej verzii sme vyhodnocovali iba pokrízové obdobie od roku 2010, keď medzištvrťročné rasty HDP boli málo volatilné. V rozšírenej verzii sme zahrnuli aj výsledky počas krízy od roku 2008, kedy presnosť prognóz všetkých modelov bola horšia. Ukazovateľ presnosti prognóz mimo vzorky odhadov, tzv. out-of-sample root mean squared errors, pre jednotlivé modely je uvedený v Tabuľke 4.

**Tabuľka 4 – Priemerné chyby prognóz mimo vzorky odhadu modelov (RMSE)**

Od roku 2010				Od roku 2008			
RMSE	+1Q	+2Q	+3Q	RMSE	+1Q	+2Q	+3Q
AR(1)	0.42	0.40	0.41	AR(1)	2.74	2.77	2.76
RW	0.38	0.37	0.53	RW	4.12	3.94	4.09
DFM	0.36	0.39	0.41	DFM	2.31	2.71	2.74

Podľa výsledkov v Tabuľke 4 je faktorový model (DFM) na jeden štvrťrok dopredu a v priemere na všetkých horizontoch najpresnejší. Medzi naivnými modelmi bol počas krízy presnejší AR(1) model a v pokrízovom období sa lepšie triafal model random walk (RW). Celkovo však chybovosť porovnaných modelov, najmä v období od 2010, sa výrazne nelíšila.

## 7. Záver

V tomto materiáli sme predstavili nástroj pre krátkodobé prognózovanie slovenského HDP pomocou mesačných indikátorov. Z ponuky širokej palety modelov v zahraničnej literatúre sme sa sústredili na moderný prístup malého dynamického faktorového modelu podľa vzoru španielskej štúdie (Camacho a Perez Quiros, 2009). Z 21 relevantných indikátorov sme do modelu zahrnuli šesť, ktoré sme vybrali na základe štatistických testov aj teoretických kritérií pre zohľadnenie viacerých prístupov k meraniu ekonomickej aktivity. Sú to veličiny z oblasti tržieb, trhu práce, daňových odvodov, medzinárodného obchodu a zahraničných predstihových indikátorov. Tie by mali aproximovať vývoj HDP z produkčnej, výdavkovej aj dôchodkovej strany.

Presnosť prognóz faktorového modelu na jeden až tri štvrťroky dopredu sme porovnali s jednoduchými modelmi, ako autoregresný model a model random walk. Podľa simulácií prognóz v pseudo-reálnom čase od roku 2008 sa faktorový model ukázal ako najpresnejší najmä jeden štvrťrok dopredu.

## Použitá literatúra

- Andreou, E., Ghysels, E., and Kourtellis, A. (2012), Forecasting with Mixed-Frequency Data. In Clements, M. P. and Hendry, D., editors, Oxford Handbook of Economic Forecasting.
- Arnoštová, K., Havrlant, D., Ružička, L., and Tóth, P. (2011), “Short-Term Forecasting of Czech Quarterly GDP Using Monthly Indicators,” Czech Journal Of Economics and Finance (Finance a uver), 61(6):566-583.
- Baffigi, A., R. Golinelli and G. Parigi (2004), “Bridge Models to Forecast the Euro Area GDP”, International Journal of Forecasting 20(3), 447–460.
- Banbura, M., Modugno, M. ( 2013), “Maximum Likelihood Estimation of Factor Models on Data Sets With Arbitrary Pattern of Missing Data.”, Journal of Applied Econometrics (forthcoming).

- Camacho, M. and G. Perez-Quiros (2009), “N-Sting: Espana Short Term Indicator of Growth”, Documentos de Trabajo No. 0912, Bank of Spain.
- Camacho, M. and G. Perez-Quiros (2010), “Introducing the Euro-STING: Short-Term Indicator of Euro Area Growth”, *Journal of Applied Econometrics*, 25(4):663-694.
- Camba-Mendez, G., G. Kapetanios, M. Smith and R. Weale (2001), “An Automatic Leading Indicator of Economic Activity: Forecasting GDP Growth for European Countries”, *Econometrics Journal* 4(1), 56–80.
- Giannone, D., L. Reichlin and D. H. Small (2008), “Nowcasting: The Real Time Informational Content of Macroeconomic Data”, *Journal of Monetary Economics*, 55(4):665-676.
- Křůčík, M., J. Juriová (2010), “Slowdown or Recession? Forecasts Based on Composite Leading Indicator.” *Central European Journal of Economic Modelling and Econometrics*, 2:17-36.
- Kuzin, V., Marcellino, M., and Schumacher, C. (2011), “MIDAS vs. Mixed-Frequency VAR: Nowcasting GDP in the Euro Area.” *International Journal of Forecasting*, 27(2):529-542.
- Mariano, R. and Y. Murasawa (2003), “A New Coincident Index of Business Cycles Based on Monthly and Quarterly Data”, *Journal of Applied Econometrics* 18, 427–443.
- Rünstler, G., Barhoumi, K., S. Benk, R. Cristadoro, A. Den Reijer, A. Jakaitiene, P. Jelonek, A. Rua, K. Ruth and C. Van Nieuwenhuyze (2008), “Short-Term Forecasting of GDP Using Large Datasets. A Pseudo Real-Time Forecast Evaluation Exercise”, *Journal of Forecasting*, 28(7):595-611.
- Rusnák, M. (2013), “Nowcasting Czech GDP in Real Time“, Czech National Bank Working Paper 6/2013.
- Schumacher, C., J. Breitung (2008), “Real-time Forecasting of German GDP Based on a Large Factor Model With Monthly and Quarterly Data.“, *International Journal of Forecasting*, 24(3):386-398.
- Stock, J. and M. W. Watson (2002), “Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes”, *Journal of Business & Economic Statistics* 20(2), 147–162.